Lycée pilote Sfax Le 22-01-2010	Devoir de contrôle N°3	$2^{ème}$ Sc 1,3, 4 et 6 Mrs : Abdelmoula,Zribi, Hadj-Kacem et Smaoui

Exercice 1 (9 points)

Soit le polynome P définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x)=4x^4+4x^3-3x^2-2x-3$.

1) Trouver les réels a et b tels que pour tout réel x, $P(x)=\left(2x^2+bx\right)^2-2\left(ax^2+bx\right)-3$.

2) Factoriser le trinome u^2-2u-3.

3) Factoriser alors $P(x)$.

4) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x)=0$.

b) En déduire les solutions de l'équation : $4x^4-4x^3=3x^2-2x+3$.

5) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $|P(x)|=2x^2+x-3$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $\dfrac{P(x)}{x^2-1}\geq 0$.

Exercice 2 (11 points)

Soit ABCD un parallélogramme de centre O et G le barycentre des points pondérés $(A,3)$ et $(B,1)$.

A) Soit f l'application du plan dans lui même qui à tout point M associe le point M' tel que

$\overline{MM'}-\overline{MB}-3\overline{MA}=\bar{0}$.

1) Déterminer l'image de A par f.

2) a) Montrer que f admet un unique point invariant que l'on précisera.

b) Montrer que f est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport.

B) Soit h l'homothétie de centre G et de rapport -3.

1) Déterminer l'image de la droite (AD) par h.

2) La droite(GD) coupe la droite (BC) en E. Montrer que $h(D)=E$.

3) Soit$(\mathscr{C})$ le cercle de centre G et passant par A.

a) Déterminer et construire le cercle $(\mathscr{C}')$ image de $(\mathscr{C})$ par h.

b) La demi droite $[GD)$coupe $(\mathscr{C})$ en M et la demi droite $[GE)$coupe $(\mathscr{C}')$ en N.

Montrer que les droites (MA) et (NB) sont paralléles.

4) Soit h' l'homothétie telle que h'(A)=N et h'(M)=B.

a) Construire le point G' image de G par h'.

b) Construire le centre J de h'.

c) Déterminer le rapport de h'.